Paris 7
DEA Champs, Particules, Matières
~~1991~~-92-93

Pour les feignants

Théorie quantique des champs
(Introduction)
... une sélection de lecture indigeste.

A. L.

(1)

<u>Evénement</u> $P \Leftrightarrow (t, \vec{x}) \Leftrightarrow (x^0, x^1, x^2, x^3)$

unités "$c = 1$"

Transf. $x'^\alpha(x^\beta)$ de <u>Lorentz</u>

si $\delta s^2 \hat{=} dt^2 - d\vec{x}^2 = dt'^2 - d\vec{x}'^2$ pour couple d'évén^{nts}

$$\boxed{\delta s^2 = \eta_{\alpha\beta}\, dx^\alpha dx^\beta} = \eta_{\alpha\beta}\, dx'^\alpha dx'^\beta$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x'^\alpha = \Lambda^\alpha_{\cdot\,\beta}\, x^\beta + a^\alpha \\ \Lambda^\alpha_{\cdot\,\mu}\, \Lambda^\beta_{\cdot\,\nu}\, \eta_{\alpha\beta} = \eta_{\mu\nu} \end{cases}}$$

<u>4-vecteur</u> $A^\alpha \sim dx^\alpha$ c. à d. $A'^\alpha = \Lambda^\alpha_{\cdot\,\beta} A^\beta$

à une T.L. $\Lambda^\alpha_{\cdot\,\beta} \longleftrightarrow \boxed{\Lambda_\alpha^{\cdot\,\beta} \hat{=} \eta_{\alpha\mu}\, \eta^{\beta\nu}\, \Lambda^\mu_{\cdot\,\nu}}$

$$\Rightarrow \boxed{{\Lambda^{-1}}^\alpha_{\cdot\,\beta} = \Lambda_\beta^{\cdot\,\alpha}}$$

<u>Causalité</u>

couple $\delta s^2 > 0$
T.L. $\Lambda^0{}_0 > 0$ $\Big\} \Rightarrow$ signe(dt) = signe(dt')

$$A^\alpha \longrightarrow A_\alpha \hat{=} \eta_{\alpha\beta} A^\beta \Rightarrow \boxed{A'_\alpha = \Lambda_\alpha^{\cdot\,\beta} A_\beta}$$

<u>Dérivée covariante</u>

$$\boxed{\partial_\alpha \hat{=} \frac{\partial}{\partial x^\alpha}} \Rightarrow \partial'_\alpha = \frac{\partial}{\partial x'^\alpha} = \Lambda_\alpha^{\cdot\,\beta}\, \partial_\beta$$

- 4-vect, scal. et + généralᵘᵗ tenseurs / T. L.

  $x'^\alpha = \Lambda^\alpha_{\cdot\beta} x^\beta + a^\alpha \implies$ e.g. $T'^\alpha_{\cdot\beta} = \Lambda^\alpha_{\cdot\lambda} \Lambda_\beta^{\cdot\mu} T^\lambda_{\cdot\mu}$

- Aussi ~~nécessaires~~ utiles si on croit à l'inv. Lorentz que les vect. si on croit à l'inv. / rotations

- Diverses façons :
  - contraction de 2 indices, p. ex. $T^\alpha_{\cdot\alpha} \left(= T_\beta^{\cdot\beta}\right)$, $T^{\alpha\beta}_{\cdot\cdot\alpha}{}^{\gamma}_{\cdot} \left(= T_\alpha^{\cdot\beta\alpha\gamma}\right)$
  - dérivée covar. d'un champ. $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$ (comme $\vec{\nabla}$ /rot.)
  - tenseur métrique de M.
  - ——— de Levi-Civita
  - tenseur zéro, motive l'observance des règles tensor.

  p.ex. si $A^\alpha, T^{\alpha\beta}, B^\beta$ tenseurs et $A^\alpha = T^\alpha_{\cdot\beta} B^\beta$

  alors $A'^\alpha = T'^\alpha_{\cdot\beta} B'^\beta$

  tandis que $A^\alpha = T^\alpha{}_0 B^0 \implies$?

  ~~$A'^\alpha = T'^\alpha{}_0 B'^0$~~

  $\Lambda^{-1}{}^\alpha_{\cdot\lambda} A'^\lambda = \Lambda^{-1}{}^\alpha_{\cdot\lambda} \Lambda^{-1}{}_0^{\cdot\mu} T'^\lambda_{\cdot\mu} \cdots$

- unités $\hbar = c = 1$ $\left\{\begin{array}{l}\text{sans dim} \\ \text{sans unité}\end{array}\right.$

  base L ou E, $[E] = [L]^{-1}$

  $\left\{\begin{array}{l} \hbar c = 200 \text{ MeV fm} \\ c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \end{array}\right.$

- invariances

  $\boxed{\begin{array}{l} x' = \Lambda x + a \\ |\psi'\rangle = U(\Lambda, a)\, |\psi\rangle \end{array}}$ $\left\{\begin{array}{l}\text{invar. des taux de comptage} \\ \implies \text{Wigner}\end{array}\right.$

  super principe $\boxed{\langle\psi'|\varphi(x')|\psi'\rangle = S \langle\psi|\varphi(x)|\psi\rangle}$

  / transl. $\boxed{\begin{array}{l} U(da) = \mathbb{1} + i P_\mu\, da^\mu \\ [\underset{\pi}{\varphi(x)}, P_\mu] = i\, \partial_\mu \underset{\pi}{\varphi(x)} \end{array}}$ $\supset$ Heisenberg

  / T. L. $\quad$ cs $\underline{\underline{\text{ale}}}$: $\Lambda^\mu_{\cdot\nu} = \delta^\mu_\nu + \varepsilon^\mu_{\cdot\nu}$

  avec $\varepsilon_{\mu\nu} = - \varepsilon_{\nu\mu}$ $\supset \left\{\begin{array}{l}\text{T. S. L.} \\ \text{rot.}\end{array}\right.$

  $$S(\varepsilon) = I + \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu} \Sigma^{\mu\nu}$$

  $$U(\varepsilon) = \mathbb{1} - \frac{i}{2} \varepsilon_{\mu\nu} M^{\mu\nu}$$

  $$i\,[M^{\mu\nu}, \underset{\pi}{\varphi}] = \left(x^\mu \partial^\nu - x^\nu \partial^\mu + \Sigma^{\mu\nu}\right) \underset{\pi}{\varphi}$$

(3)

Système champ quantique $\{\varphi(\underline{x}), \pi(\underline{x}), \forall\, \underline{x}\}$, états $|\psi\rangle$

<u>Transformations internes</u> (continues = transf. de jauge)

linéaires $\quad \varphi'(\underline{x}) = \mathcal{D}(\omega_1, \ldots \omega_n)\, \varphi(\underline{x})$

sur les saveurs

$$\begin{cases} |\psi'\rangle = U(\omega_1 \ldots \omega_n)\, |\psi\rangle \\ \langle\psi'|\varphi'(\underline{x})|\psi'\rangle = \langle\psi|\varphi(\underline{x})|\psi\rangle \end{cases}$$

cas de $\quad \varphi' = (I + i\, d\omega_k\, J^k)\, \varphi$

$$U(d\omega_1 \ldots) = \mathbb{1} + i\, d\omega_k\, \Phi^k$$

$$\Rightarrow \quad [\varphi(\underline{x}), \Phi^k] = J^k\, \varphi(\underline{x})$$

<u>Système inver. / une transf.</u> $\Rightarrow U H U^+ = H \Rightarrow [H, U] = 0$

transf continue $\Rightarrow \boxed{[H, G] = 0}$

Pb. $\quad H = \int d^4\underline{x}\; \mathcal{H}(\varphi(\underline{x}), \pi(\underline{x}))$?

$\quad G = \int \quad \mathcal{G}(\qquad)$? $\quad$!!

et t.q. $\quad [H, G] = 0$

<u>Formulation variationnelle champs classiques</u>

$\mathcal{L}(\varphi, \partial_\mu \varphi)$ réelle, $\quad \boxed{\pi \hat{=} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_0 \varphi)}}$

<u>éq. du mvt.</u> $\quad \boxed{\partial_\mu \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \varphi)} - \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} = 0}$

invar désirée $/ \begin{cases} \underline{x} \to \underline{x}' \\ \varphi(\underline{x}) \to \varphi'(\underline{x}') \end{cases}$, assurée par :

$$\boxed{\mathcal{L}(\varphi'(\underline{x}'), \partial_\mu \varphi'(\underline{x}')) = \mathcal{L}(\varphi(\underline{x}), \partial_\mu \varphi(\underline{x}))}$$

<u>Th. de Noether</u>

transf. continue param. par ω :

$$\mathcal{J}^\mu(\underline{x}) \hat{=} \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \varphi)}\, \partial_\nu \varphi - \mathcal{L}\, \delta_\nu^\mu \right\} \frac{\partial x^\nu}{\partial \omega} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \varphi)} \frac{\partial \varphi}{\partial \omega}$$

si invariance, alors
$$\begin{cases} \partial_\mu \mathcal{J}^\mu = 0 & \text{courant conservé} \\ \Phi \hat{=} \int_V d^3\vec{x}\; \mathcal{J}^0(\underline{x}) & \text{constante du mouvement} \end{cases}$$

si $\mathcal{L}$ invar/translations : $\begin{cases} \Theta^{\mu}{}_{(\nu)} \hat{=} \ldots \\ P_{(\nu)} = \int_V d^3\vec{x} \left(\pi(\underline{x}) \partial_\nu \varphi(\underline{x}) - \mathcal{L}(\underline{x})\, \delta^0_\nu \right) \end{cases}$

impulsion du champ

si invar/T.L. homogènes : $\begin{cases} \mathcal{M}^{\mu(\nu\rho)} \hat{=} \ldots \\ M^{(\nu\rho)} = \int d^3\vec{x} \left(x^\nu \Theta^{0(\rho)} - x^\rho \Theta^{0(\nu)} + \pi \Sigma^{\nu\rho} \varphi \right) \end{cases}$

si invar/T interne : $\begin{cases} J^{\mu} \hat{=} \ldots \\ \mathcal{Q} = -i \int d^3\vec{x}\ \pi(\underline{x})\ J\ \varphi(\underline{x}) \end{cases}$

Champ quantique

$\mathcal{L}$, opérateur $\varphi(\underline{x})$ $\longrightarrow$ $\partial_\mu \varphi(\underline{x})$, $\quad \pi(\underline{x}) = \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_0 \varphi)}$

pb. P_μ ? t.q. $\left[\begin{matrix}\varphi(\underline{x}) \\ \pi(\underline{x})\end{matrix} , P_\mu \right] = i\, \partial_\mu \begin{matrix}\varphi(\underline{x}) \\ \pi(\underline{x})\end{matrix}$

ops. génés. des translations, agissant dans l'esp. des états du syst. ch. φ

$$P^{\text{candidat}}_{\mu} \hat{=} \int d^3\vec{x} \left(\pi(\underline{x})\, \partial_\mu \varphi(\underline{x}) - \mathcal{L}(\underline{x})\, \delta^0_\mu \right)$$

(4)

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathcal{L}(\varphi, \partial_\mu \varphi) \\ \pi_\varphi \hat{=} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_0 \varphi)} \\ \partial_\mu \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \varphi)} - \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} = 0 \end{array}}$$

Noether : si $\mathcal{L}$ invar / transl.

alors $P_\mu \hat{=} \int_V d^3\vec{x}\,\{\pi(\underset{\sim}{x})\,\partial_\mu \varphi(\underset{\sim}{x}) - \mathcal{L}(\underset{\sim}{x})\,\delta^0_\mu\}$ $\qquad \dfrac{dP_\mu}{dt} = 0 \quad \dfrac{\partial P_\mu}{\partial t} = 0$

satisfait $\left[\underset{\pi}{\varphi}(\underset{\sim}{x}), \mathbf{P}_\mu\right] = i\,\partial_\mu \underset{\pi}{\varphi}(\underset{\sim}{x})$

à cond. que, de 2 choix l'un :
$$\begin{cases} [\varphi(t,\vec{x}), \pi(t,\vec{x}')]_\pm = i\,\delta^3(\vec{x}-\vec{x}') \\ [\varphi(t,\vec{x}), \varphi(t,\vec{x}')]_\pm = [\pi(t,\vec{x}), \pi(t,\vec{x}')]_\pm = 0 \end{cases}$$

(sauf peut-être P_0 dans le choix $[\,,\,]_+^{=}$)

$$\Rightarrow \begin{cases} H = P_0 & \mathcal{H}(\underset{\sim}{x}) \hat{=} \pi\,\partial_0\varphi - \mathcal{L} \\ \vec{P} & \vec{\mathcal{P}}(\underset{\sim}{x}) \hat{=} -\pi\,\vec{\nabla}\varphi \end{cases}$$

Champ scalaire hermitique

"libre" $\boxed{\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi\,\partial^\mu\varphi - m^2\varphi^2)}$ ♡

$$\Rightarrow \quad \pi = \frac{\partial\varphi}{\partial t}$$

$$(\partial_\mu\partial^\mu + m^2)\,\varphi = 0$$

Dévelop^{nt} en modes (plans, périodiques dans $V = L_x L_y L_z$) :

$$\boxed{\varphi(\underset{\sim}{x}) = \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\sqrt{2\omega(\vec{k})V}} \left\{a_{\vec{k}}\, e^{-i\underset{\sim}{k}\cdot\underset{\sim}{x}} + a^+_{\vec{k}}\, e^{i\underset{\sim}{k}\cdot\underset{\sim}{x}}\right\}}$$ ♡

$$k^i = \frac{2\pi}{L_i}\, n_i$$

$$\boxed{k^0 \hat{=} \omega(\vec{k}) \hat{=} \sqrt{\vec{k}^2 + m^2}}$$ ♡ $\qquad k^0$ "sur couche" (de masse)

alt. $\varphi(\underset{\sim}{x}) = \int \dfrac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3 2k^0(\vec{k})} \left\{a_{\vec{k}}\, e^{-i\underset{\sim}{k}\cdot\underset{\sim}{x}} + \text{c.h.}\right\}$

Choix commutateurs canoniques

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} [a_{\vec{k}}, a^+_{\vec{k}'}] = \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \\ [a_{\vec{k}}, a_{\vec{k}'}] = 0 \end{array}} \heartsuit$$

alt ....

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{Fock} = \prod_{\vec{k}} \mathcal{E}_{\vec{k}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{base vect. propres de } N_{\vec{k}} \hat{=} a^+_{\vec{k}} a_{\vec{k}} \\ |0\rangle_{\vec{k}}, |1\rangle_{\vec{k}}, |2\rangle_{\vec{k}}, \ldots\ldots \\ a_{\vec{k}} |n\rangle_{\vec{k}} = \sqrt{n}\, |n-1\rangle_{\vec{k}} \end{array} \right.$$

$$H = \int d^3\vec{x}\; \mathcal{H}(x) = \sum_{\vec{k}} \omega(\vec{k}) \left(N_{\vec{k}} + \frac{1}{2} \right)$$

$$H_{\text{décalé}} = \;:\mathcal{H}: \;= \sum_{\vec{k}} \omega(\vec{k})\, N_{\vec{k}}$$

$$\vec{P} = \;= \sum_{\vec{k}} \vec{k}\, N_{\vec{k}}$$

$\Rightarrow a^+_{\vec{k}}$ fabrique un état du champ $\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{énergie} + \omega(\vec{k}) \\ \overrightarrow{\text{impulsion}} + \vec{k} \end{array} \right.$

$\sim$ création d'une particule $\quad \omega^2 = \vec{k}^2 + m^2$

Commut. à temps quelconques.

p. ex. $[\varphi(x), \varphi(y)]^- = i\,\Delta(x-y)$

développements en modes + alg. des a, a^+

scalaire

$\Rightarrow$ microcausalité : $= 0$ si $(x-y)^2 < 0$

Champ complexe (libre)

$$\mathcal{L} = \partial_\mu\varphi\,\partial^\mu\varphi^+ - m^2\varphi\varphi^+ \qquad \text{invar} \,/\, \varphi(x) \xrightarrow{U(1)} \varphi'(x) = e^{i\alpha}\varphi(x)$$

$$\Rightarrow \varphi(x) = \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\sqrt{2\omega V}}\left\{a_{\vec{k}}\, e^{-ik\cdot x} + b^+_{\vec{k}}\, e^{ik\cdot x}\right\}$$

$$P = \sum_{\vec{k}} k\left(N^{(a)}_{\vec{k}} + N^{(b)}_{\vec{k}}\right)$$

$$Q = \sum_{\vec{k}} \left(N^{(a)}_{\vec{k}} - N^{(b)}_{\vec{k}}\right)$$

Théor. spin-statistique :

choix $[\ ,\ ]^{=}_{+}$ $\Rightarrow$ ni $[a_{\vec{k}}, a^+_{\vec{k}'}]^- = \delta_{\vec{k}\vec{k}'}, \ldots$ (Bose)

ni $[a_{\vec{k}}, a^+_{\vec{k}'}]_+ = \delta_{\vec{k}\vec{k}'}, \ldots$ (Fermi)

choix Fermi

$$\left.\begin{array}{l}[a_k, a^+_{k'}]_+ = \delta_{kk'} \\ [a^+_k, a^+_{k'}]_+ = 0\end{array}\right\} \Rightarrow [\varphi(x), \varphi(y)]^- \neq 0$$

causalement catastrophique

Champ en interaction :

p.ex. $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 - V(\varphi) \Rightarrow (\partial_\mu\partial^\mu + m^2)\varphi = -V'(\varphi)$

pas soluble $\Rightarrow$ perturbation avec base = états stat^res du ch. libre

<u>Champ vectoriel massif</u>

$$\boxed{\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{m^2}{2}A_\mu A^\mu} \heartsuit \qquad \boxed{F_{\mu\nu} \hat{=} \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu} \heartsuit$$

$$\Rightarrow m^2\,\partial_\alpha A^\alpha = 0$$

$$(\partial_\alpha\partial^\alpha + m^2)A^\mu = 0$$

$$\boxed{\vec{A}(x_\mu) = \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\sqrt{2\omega V}} \left\{ \Big(\underbrace{\frac{\omega}{m} \hat{k}}_{\hat{\varepsilon}_{\vec{k}L}} \, a_{\vec{k}L} + \sum_{T=1}^{2} \hat{\varepsilon}_{\vec{k}T} \, a_{\vec{k}T} \Big) e^{-ik_\mu x_\mu} + \text{c.h.} \right\}}$$

$A_0(x_\mu) = f(a_{\vec{k}L})$ pas degré de lib. suppl.

3 degr. de liberté

$$H = \sum_{\vec{k}\alpha} \omega \left(N_{\vec{k}\alpha} + \frac{1}{2} \right)$$

$$\vec{P} = \sum \vec{k} \, N_{\vec{k}\alpha}$$

Pour bosons massifs spin 1 ($W_\pm$, Z_0)

pas bosons de jauge spin 1 (γ, gluons) masse nulle

(6) Spineurs et transformations de Lorentz

$$x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu \, x^\nu$$

∞^{ale} $\quad \Lambda^\mu{}_\nu(\varepsilon) = \delta^\mu_\nu + \varepsilon^\mu{}_\nu$

ou $\Lambda(d\vec{\omega}, d\vec{\varphi}) = I - \vec{J}.d\vec{\omega} - \vec{K}.d\vec{\varphi}$ $\quad$ 4×4

$\quad$ t $J_1 = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & -1 \\ & & 1 & 0 \end{pmatrix}$, &c...

→ 2 homomorphismes :

$$S_+ = I + \frac{i}{2}\vec{\sigma}.d\vec{\omega} + \frac{1}{2}\vec{\sigma}.d\vec{\varphi} \qquad 2\times 2$$

$$S_- = I + \frac{i}{2}\vec{\sigma}.d\vec{\omega} - \frac{1}{2}\vec{\sigma}.d\vec{\varphi} \qquad 2\times 2$$

Groupe $\{\Lambda\}$ assez intégrable (Lie) pour que ce soit vrai des transf. finies :

$$\Lambda(\vec{\omega},\vec{\varphi}) = R(\vec{\omega})L(\vec{\varphi}) \xrightarrow{\text{homomorph.}} S_\pm(\vec{\omega},\vec{\varphi}) = e^{i\vec{\sigma}.\frac{\vec{\omega}}{2}} e^{\pm\vec{\sigma}.\frac{\vec{\varphi}}{2}}$$

Spineurs $\hat{=}$ doublets qui dans une T. L. $\Lambda(\vec{\omega},\vec{\varphi})$ se transforment selon $S_\pm(\vec{\omega},\vec{\varphi})$

$$\chi_+ \xrightarrow[\vec{\omega},\vec{\varphi}]{T.L.} \chi'_+ = S_+(\vec{\omega},\vec{\varphi})\,\chi_+$$

$$\chi_+ \xrightarrow{\text{réflex.}} \pi\chi_+ \xrightarrow{T.L.} (\pi\chi_+)' = S_-(\pi\chi_+)$$

$\Rightarrow$ à tout χ_+, associé $\chi_- \hat{=} \pi\chi_+$

Combinaisons bilinéaires tensorielles

$\eta_+^+\chi_-$, $\eta_-^+\chi_+$ $\quad$ scalaires

$(\eta_+^+\chi_+, -\eta_+^+\vec{\sigma}\chi_+)$, $(\eta_-^+\chi_-, \eta_-^+\vec{\sigma}\chi_-)$ $\quad$ comptes contravariantes de 4-vecteurs

Bispineurs

pour avoir comportements canoniques / réflexion

$$\chi_+, \chi_- \longrightarrow X \hat{=} \begin{pmatrix} \chi_+ \\ \chi_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{+1} \\ \chi_{+2} \\ \chi_{-1} \\ \chi_{-2} \end{pmatrix} \qquad \text{(Weyl)}$$

$$\gamma^0 \hat{=} \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} \hat{=} \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 \hat{=} \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad \text{(Weyl)}$$

$$\Longrightarrow \left.\begin{array}{l} \boxed{\begin{array}{l} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]_+ = 2\eta^{\mu\nu} \\ [\gamma^5, \gamma^\mu]_+ = 0 \quad , \quad (\gamma^5)^2 = I \end{array}} \heartsuit \\ \boxed{\begin{array}{l} \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \\ \gamma^{0+} = \gamma^0 \quad , \quad \vec{\gamma}^+ = -\vec{\gamma}, \quad \gamma^{5+} = \gamma^5 \end{array}} \\ \boxed{(\gamma^0\vec{\gamma})^+ = \gamma^0\vec{\gamma}} \end{array}\right\} \text{indép de la représ.}$$

Conjugaison à la Dirac :

$$\boxed{\overline{X} \hat{=} X^+ \gamma^0} \quad \heartsuit$$

$$\Longrightarrow \boxed{\begin{array}{l} S = \overline{H} X \\ P = \overline{H} \gamma^5 X \\ V^\mu = \overline{H} \gamma^\mu X \\ A^\mu = \overline{H} \gamma^5 \gamma^\mu X \end{array}} \quad \left.\begin{array}{l} \text{scalaire} \\ \text{pseudo scalaire} \\ \text{vrai 4-vecteur} \\ \text{4-vecteur axial} \end{array}\right\} \heartsuit$$

<u>Représentation Dirac (ou standard)</u> se méfier des diverses versions, métriques

$$X_{(D)} \hat{=} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I & I \\ -I & I \end{pmatrix} X_{(W)}$$

$$\gamma^0_{(D)} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma}_{(D)} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5_{(D)} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

<u>Bispineurs et transf. de Lorentz</u>

$$X \xrightarrow[\varepsilon_{\mu\nu}]{\text{T.L. ordle}} X' = \left(I + \frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu}\Sigma^{\mu\nu}\right) X$$

$$\text{avec} \quad \Sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$$

Champs de spineurs, bi-spineurs

$\eta_+^+ \partial_\mu \chi_-$, $\eta_-^+ \partial_\mu \chi_+$ 4-vecteurs

$\eta_+^+ (\partial_0 - \vec{\sigma}.\vec{\nabla}) \chi_+$, $\eta_-^+ (\partial_0 + \vec{\sigma}.\vec{\nabla}) \chi_-$ scalaires

et surtout

$\boxed{\bar{H} \; \gamma^\mu \partial_\mu X}$ vrai scalaire

$\bar{H} \gamma^5 \gamma^\mu \partial_\mu X$ pseudo scalaire

$\bar{H} \; \partial_\mu X$ vrai 4-vecteur

$\bar{H} \; \gamma^5 \partial_\mu X$ 4-vecteur axial

7 Champ de Dirac

bispineur $\psi(x_\mu)$

$$\boxed{\mathcal{L} = \bar{\psi}\,(i\,\partial\!\!\!/ - m)\,\psi} \quad \heartsuit$$

avec $\partial\!\!\!/ \;\hat{=}\; \gamma^\mu \partial_\mu$

éq. de Dirac : $\boxed{(i\,\partial\!\!\!/ - m)\,\psi = 0} \quad \heartsuit$

ou : $\left(\vec{\alpha}\cdot\frac{1}{i}\vec{\nabla} + \beta m\right)\psi = i\frac{\partial\psi}{\partial t} \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{L} = 0$ avec $\begin{cases}\vec{\alpha} \;\hat{=}\; \gamma^0\vec{\gamma} \\ \beta \;\hat{=}\; \gamma^0\end{cases}$

moment conjugué : $\pi_{\psi_\alpha} = i\,\psi^+_\alpha$

Générateurs : $H = P_0 = \int d^3\vec{x}\; \mathcal{H}(x_\mu)$

avec $\mathcal{H}(x_\mu) = \psi^+\, i\frac{\partial}{\partial t}\psi$

$$\vec{P} = \int d^3\vec{x}\; \psi^+ \frac{1}{i}\vec{\nabla}\psi$$

$$\vec{J} = \int d^3\vec{x}\; \psi^+\left(\vec{x}\wedge\frac{1}{i}\vec{\nabla} + \frac{1}{2}\vec{\sigma}\right)\psi$$

avec $\sigma_1 \;\hat{=}\; \frac{i}{2}[\gamma^2, \gamma^3]$, &c...

c.à-d. $\vec{\sigma} = \gamma^5\gamma^0\vec{\gamma} = \gamma^5\vec{\alpha}$

$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix}\vec{\sigma} & \\ & \vec{\sigma}\end{pmatrix}$ en repr. de Dirac

Invariance / $\psi'(x_\mu) = e^{i\varepsilon}\,\psi(x_\mu)$

$\Rightarrow$ courant conservé : $j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$

constante du mvt : $Q = \int d^3\vec{x}\;\psi^+\psi$

Solutions de base

$$(i\,\partial\!\!\!/ - m)\,u(\vec{p})\,e^{-ip_\mu\cdot x_\mu} = 0$$

↑ bispineur ; $e^{-ip_\mu\cdot x_\mu}$: brave fonction période $p^i = \frac{2\pi}{L_i}n_i$

$\Longrightarrow$ 4 solutions : $u_{1,2}(\vec{p})\,e^{-ip_\mu\cdot x_\mu}$, $v_{1,2}(\vec{p})\,e^{ip_\mu\cdot x_\mu}$

dite à "énergie positive" , à "énergie" négative" avec $\quad p^0 \hat{=} \omega(\vec{p}) \hat{=} \sqrt{\vec{p}^2+m^2} > 0$

$$\begin{cases} (\not{p}-m)\, u_r(\vec{p}) = 0 \\ (\not{p}+m)\, v_r(\vec{p}) = 0 \end{cases}$$

et
$$\begin{cases} \dfrac{\vec{\sigma}.\vec{p}}{|\vec{p}|}\, u_1(\vec{p}) = u_1(\vec{p}) \\ \text{---}\; u_2(\vec{p}) = -u_2(\vec{p}) \\ \text{---}\; v_1(\vec{p}) = -v_1(\vec{p}) \\ \text{---}\; v_2(\vec{p}) = v_2(\vec{p}) \end{cases}$$

"normalisation":
$$\begin{cases} \overline{u}_r(\vec{p})\, u_s(\vec{p}) = 2m\, \delta_{rs} \\ \overline{v}_r(\vec{p})\, v_s(\vec{p}) = -2m\, \delta_{rs} \\ \overline{v}_r(\vec{p})\, u_s(\vec{p}) = 0 \end{cases}$$

autrement dit
$$\begin{cases} u_r^+(\vec{p})\, u_s(\vec{p}) = 2\,\omega(\vec{p})\, \delta_{rs} \\ v_r^+(\vec{p})\, v_s(\vec{p}) = \text{------} \\ v_r^+(-\vec{p})\, u_s(\vec{p}) = 0 \end{cases}$$

Développemt de la solution en modes plans, périodiques

$$\boxed{\psi(\underset{\sim}{x}) = \sum_{\vec{p}} \sum_{s=1}^{2} \frac{1}{\sqrt{2\omega(\vec{p})V}} \left\{ b_{\vec{p}s}\, u_s(\vec{p})\, e^{-i\underset{\sim}{p}\cdot\underset{\sim}{x}} + d^+_{\vec{p}s}\, v_s(\vec{p})\, e^{i\underset{\sim}{p}\cdot\underset{\sim}{x}} \right\}}$$ ♡

$$\Rightarrow \pi(\underset{\sim}{x}) = i\,\psi^+(\underset{\sim}{x}) = \text{-----}$$

Hamiltonien :

$$H = \sum_{\vec{p}s} \omega(\vec{p}) \left(b^+_{\vec{p}s}\, b_{\vec{p}s} - d_{\vec{p}s}\, d^+_{\vec{p}s} \right)$$

choix de commut. canon.

$$\Longrightarrow \quad H = \sum_i \omega_i \left(N_i^{(b)} - N_i^{(d)} - 1 \right)$$

$\begin{cases} \text{pas de fondamental} \\ \text{en interaction} \longrightarrow \text{production éternelle de particules } d \end{cases}$

$=$ théorème spin-statistique de Pauli

choix d'anticommutateurs canoniques

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} [b_i, b_j^+]_+ = [d_i, d_j^+]_+ = \delta_{ij} \\ [b_i, b_j]_+ = [d_i, d_j]_+ = [b_i, d_j]_+ = [b_i, d_j^+]_+ = 0 \end{cases}} \heartsuit$$

et $\begin{cases} N_i^{(b)} \hat{=} b_i^+ b_i \\ N_j^{(d)} \hat{=} d_j^+ d_i \end{cases}$ $\Rightarrow$ spectres $\{0, 1\}$

$$\begin{cases} b_i |0\rangle = 0 \\ b_i^+ |0\rangle = |1\rangle \\ b_i^+ |1\rangle = 0 \quad ! \end{cases}$$

et $b_i^+ b_j^+ |0\rangle = - b_j^+ b_i^+ |0\rangle$!! si $i \neq j$

$= 0$! si $i = j$

$$\Rightarrow \boxed{H = \sum_i \omega_i \left(N_i^{(b)} + N_i^{(d)} - 1 \right)} \quad \text{ouf!}$$

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p_i} \left(N_i^{(b)} + N_i^{(d)} \right)$$

$$Q = \sum_i \left(N_i^{(b)} - N_i^{(d)} + 1 \right)$$

et à la clef, encore une interprétation des états stationnaires $\sim$ particules $\begin{cases} \text{énergies } \omega_i \\ \text{impulsions } \vec{p_i} \\ \text{"charges" } \pm 1 \quad \binom{b}{d} \end{cases}$

Produit normal pour opérateurs de particules du champ ψ :

$:b_i^+ b_j^+: \ \hat{=}\ b_i^+ b_j^+$ et pour les d_i

$:b_i^+ b_j: \quad b_i^+ b_j$

$:b_i b_j: \quad b_i b_j$

$:b_i b_j^+: \ \hat{=}\ - b_j^+ b_i$ diffère de $b_i b_j^+$ par un nombre

$:\mathcal{L}:$, $:\mathcal{H}:$, &c ... $\Rightarrow$ soustraction de la valeur du vide

$\Rightarrow H = \sum_i \omega_i \left(N_i^{(b)} + N_i^{(d)} \right)$, &c ...

Reste à calculer :

Anticommutateurs aux temps égaux, scalaires $\Rightarrow$ nuls si $(\underline{x} - \underline{y})^2 < 0$

Commutateurs des densités (~~bili~~néaires) de grandeurs physiques ↗

8 Champs en interaction et théorie des perturbations

Espace des états = produit des espaces des états des champs libres pris en compte

$$\mathcal{L} = \sum \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int}$$

p. ex

$$\mathcal{L} = \underbrace{\bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi}_{\mathcal{L}_{0\psi}} \underbrace{- \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}_{\mathcal{L}_{0A}} \underbrace{- q\bar{\psi}\not{A}\psi}_{\mathcal{L}_{int}}$$

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi\,\partial^\mu\varphi - m^2\varphi^2)}_{\mathcal{L}_0} \underbrace{- \frac{\lambda}{4!}\varphi^4}_{\mathcal{L}_{int}}$$

Souvent $\mathcal{L}_{int}$ indépendant des dérivées des champs

$\Rightarrow$ moments conjugués inchangés

$$\mathcal{H}(\underset{\sim}{x}) = \sum \mathcal{H}_0(\underset{\sim}{x}) + \underbrace{\mathcal{H}_{int}(\underset{\sim}{x})}_{= -\mathcal{L}_{int}(\underset{\sim}{x})}$$

Opérateur d'évolution

pour résoudre formellement $i\frac{d}{dt}|\Psi(t)\rangle = H(t)\,|\Psi(t)\rangle$

(en repr. de Schrödinger)

$$\boxed{\begin{array}{l} i\frac{\partial}{\partial t}U(t,t_0) = H(t)\,U(t,t_0) \\ U(t_0,t_0) = 1 \end{array}}$$

$\Rightarrow$ U unitaire

$$|\Psi(t)\rangle = U(t,t_0)\,|\Psi(t_0)\rangle$$

Matrice S

longtemps avant l'interaction (vers $t=0$):

$$|\Psi(t_-)\rangle \underset{t_-\to-\infty}{\sim} U_0(t_-,0)\,|init\rangle$$

puis évolution sous interaction :

$$|\psi(t_+)\rangle = U(t_+,t_-)\,|\Psi(t_-)\rangle$$

dont on cherche le recouvrement, longtemps après, avec l'état auquel le détecteur est sensible:

$$U_0(t_+,0)\,|dét\rangle$$

$\Rightarrow$ amplitude $\boxed{A_{\text{dét} \leftarrow \text{init}} = \langle \text{dét} | S | \text{init} \rangle}$ ♡

avec $S \hat{=} \lim_{t_\pm \to \pm\infty} S(t_+, t_-)$

$$\boxed{S(t_+, t_-) \hat{=} U_0^+(t_+, 0)\, U(t_+, t_-)\, U_0(t_-, 0)}$$

<u>Représentation d'interaction</u>

$$i \frac{d}{dt} |\Psi^{(S)}(t)\rangle = H^{(S)}(t)\, |\Psi^{(S)}(t)\rangle$$

$$H^{(S)}(t) = H_0 + H_{int}^{(S)}(t)$$

$$|\Psi^{(I)}(t)\rangle \hat{=} e^{iH_0 t} |\Psi^{(S)}(t)\rangle$$

$$\Rightarrow \boxed{i \frac{d}{dt} |\Psi^{(I)}(t)\rangle = H_{int}^{(I)}(t)\, |\Psi^{(I)}(t)\rangle}$$

$$\langle \Psi^{(S)}(t) | A^{(S)}(t) | \Psi^{(S)}(t) \rangle = \langle \Psi^{(I)}(t) | A^{(I)}(t) | \Psi^{(I)}(t) \rangle$$

avec $A^{(I)}(t) \hat{=} e^{iH_0 t} A^{(S)}(t)\, e^{-iH_0 t}$

$$\Rightarrow \boxed{i \frac{d}{dt} A^{(I)}(t) = \underbrace{[A^{(I)}(t), H_0]}_{\text{évolution libre}} + \left(i \frac{dA^{(S)}(t)}{dt}\right)^{(I)}}$$

Pour les champs libres : $\varphi^{(I)}(\vec{x}, t) \equiv \varphi^{(H)}(\vec{x}, t)$

et $i \frac{\partial}{\partial t} \varphi^{(H)}(\vec{x}, t) = [\varphi^{(H)}(\vec{x}, t), H_0]$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \varphi^{(S)}(\vec{x}, t) = 0 \Rightarrow \varphi^{(S)}(\vec{x}, t) = \varphi^{(H)}(\vec{x}, 0)$$

$\Rightarrow$ pour les champs en <u>interaction</u>, en représ. d'interaction :

$$\boxed{\underbrace{i \frac{\partial}{\partial t} \varphi^{(I)}(\vec{x}, t)}_{\pi^{(I)}} = \underbrace{[\varphi^{(I)}(\vec{x}, t), H_0]}_{\pi^{(I)}}}$$

$\Rightarrow$ <u>identiques</u> aux champs libres en représ. d'Heisenberg, déjà étudiés $\rightarrow$ $\begin{cases} \text{développements en modes} \\ \text{algèbre des op. de particules} \end{cases}$ ♡

et $\boxed{i \frac{\partial}{\partial t} S(t, t_0) = H_{int}^{(I)}(t)\, S(t, t_0)}$

$$\boxed{S(t_0, t_0) = 1}$$

Développement perturbatif

$$S(t,t_0) = \mathbb{1} - i\int_{t_0}^{t} dt_1 \; H^{(I)}_{int}(t_1)\; S(t_1,t_0)$$

$$S^{(0)}(t,t_0) = \mathbb{1}$$

$$S^{(1)}(t,t_0) = \mathbb{1} - i\int_{t_0}^{t} dt_1 \; H^{(I)}_{int}(t_1)$$

$$S^{(2)}(t,t_0) = \mathbb{1} - i\int_{t_0}^{t} dt_1 \; H^{(I)}_{int}(t_1) + (-i)^2 \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \; H^{(I)}_{int}(t_1)\, H^{(I)}_{int}(t_2)$$

$$= \mathbb{1} - i\int_{t_0}^{t} dt_1 \; H^{(I)}_{int}(t_1) + \frac{(-i)^2}{2} \int_{t_0}^{t} dt_1 \int_{t_0}^{t} dt_2 \; \mathbf{T}\left\{ H^{(I)}_{int}(t_1)\, H^{(I)}_{int}(t_2) \right\}$$

&c...

$$\boxed{S(t,t_0) = \mathbf{T} \; e^{-i\int_{t_0}^{t} d\tau \; H^{(I)}_{int}(\tau)}}$$

♡

9 Electrodynamique quantique

invar $\mathcal{L}_{Dirac}$ / $\psi(\underset{\sim}{x}) \xrightarrow{t.j.} \psi'(\underset{\sim}{x}) = e^{iq\Lambda(\underset{\sim}{x})}\psi(\underset{\sim}{x})$

$\Rightarrow$ Dérivée covariante $D_\mu \triangleq \partial_\mu + iq A_\mu(\underset{\sim}{x})$

avec $A_\mu(\underset{\sim}{x}) \xrightarrow{t.j.} A'_\mu(\underset{\sim}{x}) = A_\mu(\underset{\sim}{x}) - \partial_\mu \Lambda(\underset{\sim}{x})$

$\Longrightarrow$ suffisant (pas masse)
$$\boxed{\mathcal{L} = \bar\psi(i\partial\!\!\!/ - m)\psi - q\bar\psi A\!\!\!/\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}$$

$\underset{\sim}{A}(\underset{\sim}{x})$ = champ de jauge $\begin{cases}\text{- vectoriel}\\ \text{- masse nulle}\end{cases}$

Eqs. du mouvement
$$\begin{cases}\partial_\nu F^{\nu\mu} = q\bar\psi\gamma^\mu\psi \\ (i\partial\!\!\!/ - m)\psi = q A\!\!\!/\psi\end{cases} ; \quad \begin{cases} j^\mu \triangleq \bar\psi\gamma^\mu\psi \\ \rho \triangleq j_0\end{cases}$$

En jauge de Coulomb $\boxed{\vec\nabla\cdot\vec A = 0}$

$$A^0(t,\vec x) = \frac{q}{4\pi}\int d^3\vec x' \frac{\rho(t,\vec x')}{|\vec x - \vec x'|}$$ pas degré de liberté

$$\vec E \triangleq -\frac{\partial\vec A}{\partial t} - \vec\nabla A_0 = \vec E_T + \vec E_L \quad \text{et } \vec B \triangleq \vec\nabla\wedge\vec A$$

avec $\begin{cases}\vec E_T \triangleq -\dfrac{\partial \vec A}{\partial t}\\ \vec E_L \triangleq -\vec\nabla A_0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\vec\nabla\cdot\vec E_T = 0\\ \vec\nabla\wedge\vec E_L = 0\end{cases}$

$$\mathcal{H}(\underset{\sim}{x}) = \underbrace{\frac{1}{2}(E_T^2 + B^2)}_{\mathcal{H}_{\gamma T}} + \underbrace{\psi^+(\vec\alpha\cdot\frac{1}{i}\vec\nabla + \beta m)\psi}_{\mathcal{H}_e} + \mathcal{H}_{int}(\underset{\sim}{x})$$

$$\mathcal{H}_{int}(\underset{\sim}{x}) = \mathcal{H}_{Coul}(\underset{\sim}{x}) + \mathcal{H}_{e-\gamma_T}(\underset{\sim}{x})$$

$$\mathcal{H}_{e-\gamma_T} = -q\,\vec j\cdot\vec A$$

$$H_{Coul}(t) = \frac{q^2}{2}\int d^3\vec x\int d^3\vec x' \frac{\psi^+(t,\vec x)\psi(t,\vec x)\,\psi^+(t,\vec x')\psi(t,\vec x')}{4\pi|\vec x - \vec x'|}$$

auto interaction des électrons, sans l'intermédiaire d'un champ.

Opérateur du champ électromagnétique en interaction, en représentation d'interaction, identique au champ libre.

transverse $\vec{\nabla}.\vec{A} = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{A}(\underset{\sim}{x}) = \sum_{\vec{k}} \sum_{T=1}^{2} \frac{1}{\sqrt{2\omega V}} \left\{ a_{\vec{k}T} \, \hat{\varepsilon}_{\vec{k}T} \, e^{-i\underset{\sim}{k}.\underset{\sim}{x}} + a^{+}_{\vec{k}T} \, \hat{\varepsilon}^{*}_{\vec{k}T} \, e^{i\underset{\sim}{k}.\underset{\sim}{x}} \right\}} \heartsuit$$

avec $\boxed{k^0(\vec{k}) = \omega(\vec{k}) = |\vec{k}|}$

Algèbre délicate, comme pour toute théorie de jauge (degrés de liberté non physiques)

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \left[a_{\vec{k}T}, a^{+}_{\vec{k}'T'}\right] &= \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \, \delta_{TT'} \\ \left[a_{\vec{k}T}, a_{\vec{k}'T'}\right] &= 0 \end{aligned}}$$

$\Rightarrow$ "particules" γ transverses $\left\{ \begin{array}{l} \omega = |\vec{k}| \\ \vec{k} \end{array} \right.$

pas invar. de Lorentz

Transf. de Lorentz $\longrightarrow$ autres photons transverses.

(10) Techniques de calcul

Pour des op. de champ : $\varphi(\underset{\sim}{x})$, $A_\mu(\underset{\sim}{x})$, $\psi(\underset{\sim}{x})$, $\bar\psi(\underset{\sim}{x})$ ....

Produit chronologique :

$$T\{A_1(\underset{\sim}{x_1})\,A_2(\underset{\sim}{x_2})\cdots A_n(\underset{\sim}{x_n})\} \hat{=} \delta_p\, A_{p_1}(\underset{\sim}{x}_{p_1})\,A_{p_2}(\underset{\sim}{x}_{p_2})\cdots A_{p_n}(\underset{\sim}{x}_{p_n})$$

$$\text{avec}\ \begin{cases} t_{p_1} > t_{p_2} > \cdots > t_{p_n} \\ \delta_p = (-)^{\text{nb. de perm. d'op. de m̂ ch. de fermions}} \end{cases}$$

p.ex. si $t_3 > t_2 > t_4 > t_1$:

$$T\{e_\alpha(1)\,A_\mu(2)\,\bar e_\beta(3)\,\bar\mu_\gamma(4)\} = -\,\bar e_\beta(3)\,A_\mu(2)\,\bar\mu_\gamma(4)\,e_\alpha(1)$$

Produit normal :

Pour des op. de particules : a_i, a_i^+, b_i, b_i^+, d_i, d_i^+, ...

$$:X_1\,X_2\cdots X_n: \;=\; \delta_p\,X_{p_1}\,X_{p_2}\cdots X_{p_n}$$

$$\text{avec}\ \begin{cases} \text{permutation t.q. aucun créateur à droite de tous destructeur} \\ \delta_p = (-)^{\text{nb. de perm. d'op. du m̂ ch. de fermion}} \end{cases}$$

p.ex. $:a\,b^{(e)}\,d^{(\mu)}\,b^{(e)+}\,a^+: \;=\; -\,b^{(e)+}\,a^+\,a\,b^{(e)}\,d^{(\mu)}$

Distributifs / addition.

Contraction

$$\underbrace{A(1)\;B(2)}_{} \;\hat{=}\; T\{A(1)\,B(2)\} - :A(1)\,B(2): \qquad \underline{\text{Nombre}}$$

$$\rightarrow\quad \underbrace{A(1)\;B(2)}_{} = \langle 0|\,T\{A(1)\,B(2)\}\,|0\rangle$$

Théorème de Wick

$$\boxed{T\,\text{produit} = \sum \begin{array}{l}\text{produits normaux}\\ \text{de toutes les contractions}\end{array}} \quad ♡$$

$$T\{\text{prod. normaux}\} = \sum{}' \begin{array}{l}\text{produit normaux}\\ \text{de toutes contractions}\end{array}$$

sauf "contractions aux temps égaux"

avec $:A\ldots \underbrace{F\ldots\ldots U}_{}\ldots Z: \;=\; \delta_{FU}\;\underbrace{F\,U}_{}\;:A\ldots E\,G\ldots T\,V\ldots Z:$

Propagateurs

– du champ scalaire : $\varphi(x_1)\,\varphi(x_2) = D_F(x_1 - x_2)$

$$\boxed{D_F(x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\, e^{-ik\cdot x}\, \frac{i}{k^2 - m^2 + i\varepsilon}}$$

$(\lim \varepsilon \to 0)$

$$\Rightarrow \quad (\Box + m^2)\, D_F(x) = -i\, \delta^4(x)$$

– du champ de Dirac : $\psi_\alpha(x_1)\, \overline{\psi}_\beta(x_2) = S_{F\alpha\beta}(x_1 - x_2)$

$$\boxed{S_F(x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\, e^{-ik\cdot x}\, \frac{i}{\not{k} - m + i\varepsilon}}$$

c.à.d. $\dfrac{i}{k^2 - m^2 + i\varepsilon}\,(\not{k} + m)$

– du champ vectoriel massif : $A_\mu(x_1)\, A_\nu(x_2) = D_{F\mu\nu}(x_1 - x_2)$

$$D_{F\mu\nu}(x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\, e^{-ik\cdot x}\, \frac{i}{k^2 - m^2 + i\varepsilon} \left\{ -\eta_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m^2} \right\}$$

pas de limite $m = 0$!

(11) Calcul d'un processus → règles de Feynman

$$S = \mathbb{1} - i\int d^4\underline{x}\ \mathcal{H}_{int}(\underline{x}) + \frac{(-i)^2}{2}\int d^4\underline{x}\, d^4\underline{x}'\ T\{\mathcal{H}_{int}(\underline{x})\,\mathcal{H}_{int}(\underline{x}')\} + \dots$$

→ Forme générale :

$$S_{fi} = \langle f|S|i\rangle = \delta_{fi} - i\,(2\pi)^4\,\delta^4(\underline{P}_f - \underline{P}_i)\ \prod_n \frac{1}{\sqrt{2\omega_n V}}\ M_{fi}$$

particules initiales et finales

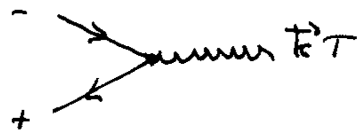
élément de matrice invariant

$$M_{fi} = \sum_{\text{ordres}} \mathcal{M}_{fi}^{(\text{ordres})}$$

p.ex. $\mathcal{L}_{EDQ}$

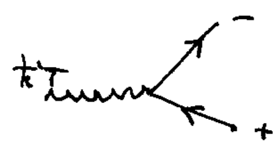
processus $e^- e^+ \to \gamma$, à l'ordre le + bas

$$-i\,\mathcal{M}_{fi}^{(1)} = \bar{v}_+\,(-iq\,\underline{\gamma})\cdot\underline{\varepsilon}^*_{\vec{k}T}\ u_-$$

$\Longleftrightarrow$ 

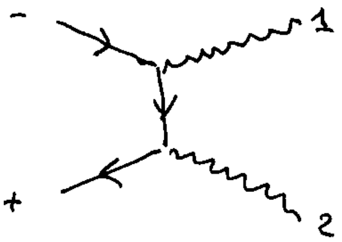
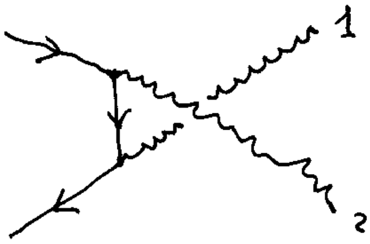
processus $\gamma \to e^- e^+$,

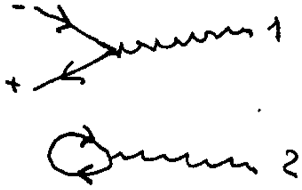
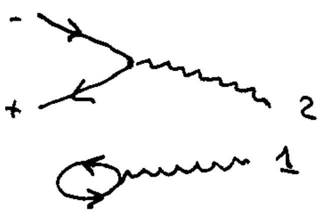
$$-i\,\mathcal{M}_{fi}^{(1)} = \bar{u}_-\,(-iq\,\underline{\gamma})\cdot\underline{\varepsilon}_{\vec{k}T}\ v_+ \quad \Longleftrightarrow$$



processus $e^- e^+ \to 2\gamma$,

$$-i\,\mathcal{M}_{fi}^{(2)} = \bar{v}_+\,(-iq\,\underline{\gamma})\cdot\underline{\varepsilon}_1^*\ \frac{i}{\not{p} - m + i\varepsilon}\ (-iq\,\underline{\gamma})\cdot\underline{\varepsilon}_2^*\ u_- + (1 \Leftrightarrow 2)$$

$\Longleftrightarrow$  + 

(+  + )

et règles de Feynman : (♡)

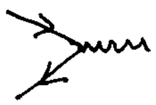
 u  $\bar{u}$

 $\bar{v}$  v

 $\underset{\sim}{\varepsilon}$  $\underset{\sim}{\varepsilon}^*$

 $\dfrac{i}{\not p - m + i\varepsilon}$  $- \text{Trace} \displaystyle\int \frac{d^4 \underset{\sim}{p}}{(2\pi)^4} \cdots$

($\underset{\sim}{p}$ paramètre non fixé par la conservation aux vertex)

 $-iq\underset{\sim}{\gamma}$

E.D.Φ.

Reste :

 bientôt  $\displaystyle\int \frac{d^4 \underset{\sim}{k}}{(2\pi)^4} \cdots$

(pas difficile à montrer)

Section efficace, taux de désintégration

proba : $|S_{fi}|^2 = \mathcal{V}\, T\, (2\pi)^4\, \delta^4(\underset{\sim}{p_f} - \underset{\sim}{p_i}) \displaystyle\prod_{n\, ext.} \frac{1}{2\omega_n \mathcal{V}}\, |M_{fi}|^2$

ensuite, cas d'espèces ...
toujours détecteurs finis $\vec{p}_1$, $d^3\vec{p}_1$, etc...

$\Rightarrow$ Proba $= |S_{fi}|^2 \times$ nb. de modes accessibles aux détecteurs

soit $\dfrac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3/\mathcal{V}}$ pour chaque détecteur

Enfin intégrer sur tous les détecteurs inutiles si on ne désire pas tester la conservation de l'impulsion-énergie totale ("espace de phase").

$1 + 2 \longrightarrow 3 + 4 + \cdots + (n+2)$

$$d^{3n}\sigma = \frac{(2\pi)^4\, |M_{fi}|^2}{4\sqrt{(\underset{\sim}{p_1}\cdot\underset{\sim}{p_2})^2 - m_1^2 m_2^2}}\; d\Phi(\underset{\sim}{p_1} + \underset{\sim}{p_2}\, ;\, \underset{\sim}{p_3}, \underset{\sim}{p_4}, \ldots, \underset{\sim}{p_{n+2}})$$

$$d\Phi = \delta^4(\underset{\sim}{p_1} + \underset{\sim}{p_2} - \underset{\sim}{p_3} - \underset{\sim}{p_4} \cdots - \underset{\sim}{p_{n+2}})\, \frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3\, 2\omega_3}\, \frac{d^3\vec{p}_4}{(2\pi)^3\, 2\omega_4} \cdots \frac{d^3\vec{p}_{n+2}}{(2\pi)^3\, 2\omega_{n+2}}$$

(12) Processus $\longrightarrow$ règles de Feynman

$$\underbrace{e^- e^-}_{\Rightarrow\ \psi\,\psi} \longrightarrow \underbrace{e^- e^-}_{\bar\psi\,\bar\psi}$$

Contribution de $\mathcal{H}_{\text{coul.}}$ au 1er ordre $\propto q^2$

- - - - - - - - - $q\,\vec{j}\cdot\vec{A}$ au 2e ordre $\propto q^2$

Somme des contributions ⇒ règles de Feynman:

 $\quad -\dfrac{i\,\eta_{\mu\nu}}{\underset{\sim}{k}^2+i\varepsilon}$

- ajouter les contributions de tous les graphes topologiquement non équivalents, avec
  - un signe + lorsqu'ils correspondent à l'échange de 2 lignes externes de bosons équivalents,
  - un signe − si échange de 2 lignes externes de fermions équivalents.

Récapitulation 1992-93

$\mathcal{L}(\varphi, \partial_\mu \varphi)$

$S = \int d^4\underline{x}\ \mathcal{L}(\varphi(\underline{x}) \dots)$ stat^{re} / $\varphi(\underline{x}) \to \varphi(\underline{x}) + \delta\varphi(\underline{x})$
avec $\delta\varphi(t_1, \vec{x}) = \delta\varphi(t_2, \vec{x}) = 0$

$$\Rightarrow \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \varphi)} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi}$$

Noether: $\mathcal{L}$ invar / transl. $\Rightarrow$ ctes du mvt.

$$P_\mu = \int d^3\vec{x}\, \{ \pi(\underline{x})\, \partial_\mu \varphi(\underline{x}) - \delta^0_\mu\, \mathcal{L}(\underline{x}) \} \quad , \quad \pi(\underline{x}) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_0 \varphi)}$$

générateurs du syst. quantique $\{\varphi(\underline{x}), \pi(\underline{x})\}$

à cond. que $\begin{cases} [\varphi(t,\vec{x}), \pi(t,\vec{x}')] = i\, \delta^3(\vec{x}-\vec{x}') \\ [\varphi(t,\vec{x}), \varphi(t,\vec{x}')] = [\pi(t,\vec{x}), \pi(t,\vec{x}')] = 0 \end{cases}$

ou (peut être pour P_0) $\begin{cases} [\varphi(t,\vec{x}), \pi(t,\vec{x}')]_+ = i\, \delta^3(\vec{x}-\vec{x}') \\ [\varphi(t,\vec{x}), \varphi(t,\vec{x}')]_+ = [\pi(t,\vec{x}), \pi(t,\vec{x}')]_+ = 0 \end{cases}$

Champ scalaire libre

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \{ \partial_\mu \varphi\, \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi^2 \}$$

$$\varphi(\underline{x}) = \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\sqrt{2\omega V}} \{ a_{\vec{k}}\, e^{-i\underline{k}\cdot\underline{x}} + a^+_{\vec{k}}\, e^{i\underline{k}\cdot\underline{x}} \}$$

avec $\vec{k} \in$ réseau, $k^0 = \omega = \sqrt{\vec{k}^2 + m^2}$

commutateurs $\Rightarrow \begin{cases} [a_{\vec{k}}, a^+_{\vec{k}'}] = \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \\ [a_{\vec{k}}, a_{\vec{k}'}] = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} H = \sum_{\vec{k}} \omega \left(N_{\vec{k}} + \frac{1}{2}\right) \\ \vec{P} = \sum_{\vec{k}} \vec{k}\, N_{\vec{k}} \end{cases} \qquad N_{\vec{k}} = a^+_{\vec{k}} a_{\vec{k}}$$

anticommutateurs $\Rightarrow$ violation microcausalité

Champ vectoriel massif

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{m^2}{2} A_\mu A^\mu$$

$\Rightarrow \partial_\mu A^\mu = 0$

$$\underset{\sim}{A}(\underset{\sim}{x}) = \sum_{\vec{k}, \alpha=1}^{3} \frac{1}{\sqrt{2\omega V}} \left\{ a_{k\alpha} \, \underset{\sim}{\varepsilon}_\alpha(k) \, e^{-i \underset{\sim}{k} \cdot \underset{\sim}{x}} + \text{c.h.} \right\}$$

2 seul$^{\text{nt}}$ $\underset{\sim}{\varepsilon}_\alpha(\vec{k})$ / 1 longitudinale et 2 transverses

commutateurs $\Rightarrow$ &c...

Spineurs

$\exists$ d'autres multiplets qui $\overset{T.L.}{\sim}$ linéairement (que scal, 4-vect)

doublets complexes (spineurs de Weyl)

$$\chi_+ \xrightarrow{T.L.} \chi'_+ = \left(I + \frac{i}{2} \vec{\sigma} \cdot d\vec{\omega} + \frac{1}{2} \vec{\sigma} \cdot d\vec{\varphi}\right) \chi_+$$

$$\chi_+ \xrightarrow{\text{réflex.}} \chi_- \xrightarrow{T.L.} \chi'_- = \left(I + \frac{i}{2} \vec{\sigma} \cdot d\vec{\omega} - \frac{1}{2} \vec{\sigma} \cdot d\vec{\varphi}\right) \chi_-$$

Bispineurs $X \doteq \begin{pmatrix} \chi_+ \\ \chi_- \end{pmatrix}$, conj. à la Dirac $\overline{X} \doteq X^+ \gamma^0$

$\rightarrow$ $\overline{H} X$ scal.

$\overline{H} \gamma^5 X$ pseudo scal.

$\overline{H} \gamma^\mu X$ 4 vect. polaire

$\overline{H} \gamma^5 \gamma^\mu X$ 4 vect axial

avec $[\gamma^\mu, \gamma^\nu]_+ = 2\eta^{\mu\nu}$, $\gamma^5 = i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$

$[\gamma^\mu, \gamma^5]_+ = 0$

γ^0, γ^5 herm, γ^i anti herm.

Champ de Dirac

champ de bi spineurs $\psi(\underset{\sim}{x})$

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi$$

$$\psi(\underset{\sim}{x}) = \sum \frac{1}{\sqrt{2\omega V}} \left\{ b_{\vec{p}r} \, u_r(\vec{p}) \, e^{-i \underset{\sim}{p} \cdot \underset{\sim}{x}} + d^+_{\vec{p}r} \, v_r(\vec{p}) \, e^{i \underset{\sim}{p} \cdot \underset{\sim}{x}} \right\}$$

$(\not{p} - m) u_r(\vec{p}) = 0$

anticommutateurs $\longrightarrow$ $\left\{ \begin{array}{l} [b_{\vec{p}r}, b^+_{\vec{p}'r'}]_+ = \delta_{\vec{p}\vec{p}'} \delta_{rr'} = [d, d^+] \\ [b^+_{\vec{p}r}, b^+_{\vec{p}'r'}]_+ = 0 = \&c... \end{array} \right.$

commutateurs $\Rightarrow$ hamiltonien pas borné inf.

Perturbations

$$i\frac{\partial}{\partial t}U(t,t_0) = H(t)\,U(t,t_0) \quad , \quad U(t_0,t_0)=1$$

$$\Rightarrow \quad |\psi^{(S)}(t)\rangle = U(t,t_0)\,|\psi^{(S)}(t_0)\rangle$$

t_- $\qquad$ $t=0$ $\qquad$ t_+

$$e^{-iH_0t_-}|i\rangle \xleftarrow{H_0} \begin{matrix}|i\rangle\\ |f\rangle\end{matrix} \xrightarrow{H_0} e^{-iH_0t_+}|f\rangle$$

$$\xrightarrow{H} U(t_+,t_-)\,e^{-iH_0t_-}|i\rangle$$

recouvrement ?

$$S_{fi} = \langle f|\,S\,|i\rangle$$
$$S = \lim S(t_+,t_-)$$
$$S(t_+,t_-) = e^{iH_0t_+}\,U(t_+,t_-)\,e^{-iH_0t_-}$$

Repr. d'interaction : $\quad |\psi^{(I)}(t)\rangle \hat{=} e^{iH_0t}\,|\psi^{(S)}(t)\rangle \quad , \quad H=H_0+H_{int}(t)$

$$\langle\psi^{(S)}(t)|\,A^{(S)}\,|\psi^{(S)}(t)\rangle = \langle\psi^{(I)}(t)|\,A^{(I)}(t)\,|\psi^{(I)}(t)\rangle$$

avec $\quad A^{(I)}(t) \hat{=} e^{iH_0t}A^{(S)}e^{-iH_0t}$

donc $\quad A^{(I)}(0) = A^{(S)}$

$\Rightarrow \quad i\dfrac{dA^{(I)}}{dt} = [A^{(I)}, H_0] \qquad$ comme libres

$\Rightarrow \quad i\dfrac{d}{dt}|\psi^{(I)}(t)\rangle = H_{int}(t)\,|\psi^{(I)}(t)\rangle$

$$i\frac{\partial}{\partial t}S(t,t_0) = H_{int}^{(I)}(t)\,S(t,t_0)$$

$$S(t,t_0) = 1 - i\int_{t_0}^{t}dt_1\,H_{int}^{(I)}(t_1) + \frac{(-i)^2}{2!}\int_{t_0}^{t}dt_1\int_{t_0}^{t}dt_2\,T\{H_{int}^{(I)}(t_1)H_{int}^{(I)}(t_2)\}+\dots$$

$$= T\,e^{-i\int_{t_0}^{t}dt_1 H_{int}^{(I)}(t_1)}$$

EDQ

$\bar\psi(i\gamma-m)\psi \quad \Rightarrow$

$$\mathcal{L}_{EDQ} = \bar\psi(i\not{D}-m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad , \quad D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$$

invar / $\begin{cases}\psi'(x) = e^{iq\Lambda(x)}\psi(x)\\ A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \partial_\mu\Lambda(x)\end{cases}$

champ de jauge A $\begin{cases}\text{vectoriel (spin 1)}\\ \text{masse nulle}\end{cases}$

en j. de Coulomb $\vec\nabla\cdot\vec A = 0 \Rightarrow \vec A$ transverse (seul^{t} $\vec\varepsilon_1(k)$ et $\vec\varepsilon_2(k)$)

$$\mathcal{H}_{int}(x) \Leftrightarrow \mathcal{H}_{Coul}(x) - q\,\vec{j}\cdot\vec{A}$$

avec $\begin{cases} \mathcal{H}_{int}(\underset{\sim}{x}) = \frac{1}{2}\,\frac{q^2}{4\pi}\,\varphi^{+}(t,\vec{x})\,\varphi(t,\vec{x}) \int d^3\vec{x}'\,\dfrac{\varphi^{+}(t,\vec{x}')\,\varphi(t,\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|} \\ q\,\vec{J}(\underset{\sim}{x})\cdot\vec{A}(\underset{\sim}{x}) = q\,\overline{\Psi}(\underset{\sim}{x})\,\not{A}(\underset{\sim}{x})\,\psi(\underset{\sim}{x}) \end{cases}$

<u>Théorème de Wick</u>

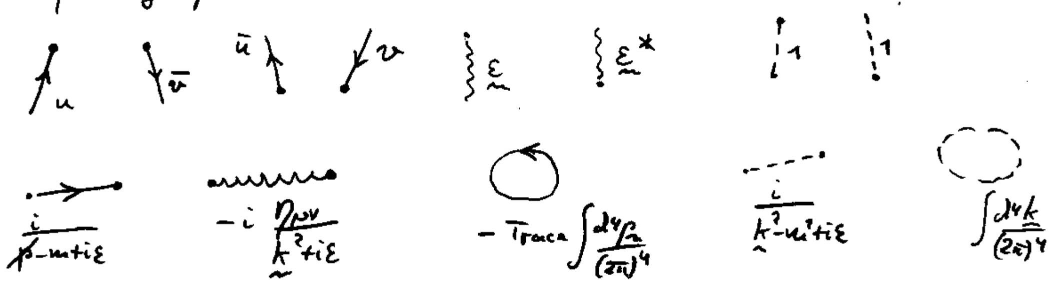
<u>Tags de Feynman</u>

$$S_{fi} = \delta_{fi} - i\int d^4\underset{\sim}{x}\, \langle f|\mathcal{H}_{int}(\underset{\sim}{x})|i\rangle + \frac{(-i)^2}{2!}\int d^4\underset{\sim}{x}\, d^4\underset{\sim}{x}'\,\langle f|T\{\mathcal{H}_{int}(\underset{\sim}{x})\mathcal{H}_{int}(\underset{\sim}{x}')\}|i\rangle + \cdots$$

$$S_{fi} = \delta_{fi} + (2\pi)^4\,\delta^4(\underset{\sim}{p_f}-\underset{\sim}{p_i})\left(\prod_{\substack{\text{part.}\\ \text{entr.}\\ \text{sort.}}}\frac{1}{\sqrt{2\omega V}}\right)\left(-i\,M_{fi}\right)$$

$$M_{fi} = \sum_n \mathcal{M}_{fi}^{(n)}$$

chaque graphe $\longrightarrow$ un $-i\,\mathcal{M}_{fi}$

géné

\+ éch. pattes de bosons ext. ident. $\qquad$ − éch. pattes de fermions ext. ident.

E.D.Q $\rightarrow$  $-iq\underset{\sim}{\gamma}$ $\qquad$ (topologie visible sur $\mathcal{L}_{int} = -\mathcal{H}_{int} = -q\,\overline{\Psi}\,\not{A}\,\Psi$)

$-\frac{\lambda}{4!}\varphi^4 \longrightarrow$  $-i\lambda$

$-\frac{\mu}{3!}\varphi^3 \longrightarrow$  $-i\mu$

<u>Sect. efficace</u>

$$d^{3n}\sigma = \frac{(2\pi)^4\,|M_{fi}|^2}{4\sqrt{(\underset{\sim}{p_1}\cdot\underset{\sim}{p_2})^2 - m_1^2 m_2^2}}\;\underbrace{d\phi(\underset{\sim}{p_1}+\underset{\sim}{p_2};\,\underset{\sim}{p_3},\underset{\sim}{p_4},\cdots,\underset{\sim}{p_{n+2}})}_{\delta^4(\underset{\sim}{p_i}-\underset{\sim}{p_f})\,\frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3 2\omega_3}\,\frac{d^3\vec{p}_4}{(2\pi)^3 2\omega_4}\cdots\frac{d^3\vec{p}_{n+2}}{(2\pi)^3 2\omega_{n+2}}}$$

Paris 7
D.E.A. Champs, particules, matières
1992–93

THEORIE QUANTIQUE DES CHAMPS (Introduction)

ISSUE DE CE COURS...

CE QUE VOUS DEVEZ SAVOIR :

— les règles de Feynman communes à toutes les théories quantiques de champs ;
— le facteur de vertex de l'électrodynamique quantique ;
— surtout, dessiner immédiatement, sans aucun calcul, les types de vertex auxquels il faut s'attendre dans une théorie (c'-à-d. un lagrangien d'interaction) proposée ;
— éventuellement, calculer les facteurs de vertex associés ;
— dessiner les graphes contribuant à un processus donné, à un ordre donné dans le cadre d'une théorie donnée ;
— en écrire, sinon calculer effectivement, les expressions des contributions à l'élément de matrice invariant ;
— avoir réalisé que ces graphes sont les mêmes que ceux quotidiennement invoqués par les physiciens des particules pour illustrer leurs discussions, calculer des sections efficaces et durées de vie.
Ainsi équipé(e)s, vous serez en mesure de goûter les charmes de la technique des graphes de Feynman.

TEST

1. Sans aucun calcul, dessiner tous les types de vertex auxquels on doit s'attendre dans chacune des théories suivantes données par leurs lagrangiens d'interaction :
(i) $-q\,\overline{\psi}\not{A}\psi$;
(ii) $-q\,\overline{e}\not{A}e - q\,\overline{\mu}\not{A}\mu - q\,\overline{\tau}\not{A}\tau$;
(iii) $-\dfrac{\mu}{3!}\,\varphi^3$;
(iv) $-\dfrac{\lambda}{4!}\,\varphi^4$;
(v) $-\dfrac{\mu}{3!}\,\varphi^3 - \dfrac{\lambda}{4!}\,\varphi^4$;
(vi) $-\lambda\,(\varphi_a\varphi_b)^2$;
(vii) $-\sqrt{\lambda}\mu\,\sigma(\sigma^2+\pi^2) - \dfrac{\lambda}{4}\,(\sigma^2+\pi^2)^2$;
$(viii)$ $-\lambda\,(\varphi^+\varphi)^2$;
(ix) $-|e|\,\underline{j}_{\,\text{é.m.}}\cdot\underline{A} - \frac{|e|}{2\sin\theta_W\cos\theta_W}\,\underline{j}_{\text{n}}\cdot\underline{Z}$,
où $\underline{A}$ est le champ électromagnétique et $\underline{Z}$ un champ vectoriel massif réel,

$$\underline{j}_{\,\text{é.m.}} = \sum_i \overline{\psi}_i q_i \underline{\gamma}\psi_i$$
$$\underline{j}_{\text{n}} = \sum_i \overline{\psi}_i\underline{\gamma}(V_i - A_i\gamma^5)\psi_i,$$

avec $i \in \{\nu_e, e, \nu_\mu, \mu, \nu_\tau, \tau, u, d, c, s, t(?), b\ldots\}$, chaque saveur de quark existant en trois couleurs,
q_i la charge électrique du champ ψ_i en unités $|e|$ (par exemple, -1 pour le champ d'électrons),
et les constantes de couplage pour les neutrinos : $V_i = A_i = \frac{1}{2}$,
pour les leptons chargés : $V_i = -\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W,\ A_i = -\frac{1}{2}$,
pour les quarks u, c, $t(\,?)$: $V_i = \frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W,\ A_i = \frac{1}{2}$,
pour les quarks d, s, b : $V_i = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W,\ A_i = -\frac{1}{2}$.
(x) $-|e|\,\underline{j}_{\,\text{é.m.}}\cdot\underline{A} + \frac{G}{\sqrt{2}}\,\underline{j}_{\text{f}}^{\dagger}\cdot\underline{j}_{\text{f}}$,
avec $\underline{j}_{\text{f}} = \sum_i \overline{\psi}_{\nu_i}\,\underline{\gamma}(1-\gamma^5)\psi_i$, $i \in \{e, \mu, \tau\ldots\}$.

2. En désordre, plus intime…

(i) Quelles sont les dimensions (en longueur, puis en énergie) des constantes λ et μ dans le lagrangien **1.**vii ?

(ii) Propagateurs d'un fermion (de spin $\frac{1}{2}$), d'un boson (scalaire) ?

(iii) Quelle est la signification du symbole $\not{p}$?, du symbole $1/(\not{p}-m)$? Calculer effectivement la valeur de $\not{p}^2$, de $1/(\not{p}-m)$.

(iv) Dessiner les graphes des contributions de la théorie **1.**i, à l'ordre le plus bas, au processus $\gamma\, e^- \to \gamma\, e^-$, au processus $e^-\, e^+ \to e^-\, e^+$, au processus $e^-\, e^- \to e^-\, e^-$.

(v) Dessiner les graphes des contributions de la théorie **1.**iv au processus $1+2 \to 3+4$, aux deux premiers ordres non nuls.

(vi) Dessiner les graphes des contributions de la théorie **1.**v au processus $1 \to 2+3$, aux deux premiers ordres non nuls.

(vii) Dessiner les graphes des contributions de la théorie **1.**ii au processus $e^-\, e^+ \to \mu^-\, \mu^+$, aux deux premiers ordres non nuls.